

Doshisha University Life Risk Research Center  
Discussion Paper Series No. 2009-03

帰還雷撃の工学モデルと雷電磁界

パルス計算への応用

馬場吉弘  
(同志社大学理工学部)

*Life Risk  
Research Center*

Discussion Paper Series

# 帰還雷撃の工学モデルと雷電磁界パルス計算への応用

馬場 吉弘\*

## Review of Engineering Models of the Lightning Return Stroke and Their Application to Lightning Electromagnetic Pulse Calculations

Yoshihiro Baba\*, Member

In this technical note, recently proposed engineering models of the lightning return stroke and their application to lightning electromagnetic pulse calculations are reviewed and evaluated. In Section 2, the transmission line model and the traveling current source model, which have been used most frequently out of engineering models of the lightning return stroke attached to flat ground, are described. Then, two models, which have been proposed recently and can reproduce all of five features observed in typical measured lightning electromagnetic field waveforms at different distances from a lightning channel, are explained. In Section 3, two models for the lightning return stroke attached to a tall grounded object are reviewed. One is the distributed shunt current source model, and the other is the lumped series voltage source model. In Section 4, expressions for calculating electric and magnetic fields radiated from a lightning return stroke channel (and a tall strike object if present), from the current distribution along the lightning channel given by an engineering return stroke model, are shown. Three different expressions for electric field are shown here. The first one is a most widely used expression derived using Lorentz condition, the second one is an expression derived recently using the continuity equation, and the last one is an expression valid only in the restricted condition that the return stroke wavefront speed is equal to the speed of light and a return stroke current wave propagates without attenuation or dispersion. In Section 5, new findings obtained from electromagnetic calculations using the engineering models for the lightning return stroke attached to a tall object are shown. For example, the vertical electric field in the vicinity of a tall strike object is reduced significantly by the presence of the tall object, while remote electric and magnetic fields are enhanced by it.

キーワード：帰還雷撃，工学的モデリング，雷電磁界パルス

Keywords : lightning return stroke, engineering modeling, lightning electromagnetic pulse (LEMP)

### 1. 緒言

帰還雷撃の工学モデル<sup>(1)(2)</sup>は、帰還雷撃路上の雷電流の時間空間分布を、高さ、時間、帰還雷撃波の伝搬速度等を変数とする簡単な数式で表現するモデルである。このような数式で表現される電流分布を等価回路により実現できるものもあるが、通常は工学モデルが示す電流分布とそれに対応する等価回路やその定数との厳密な関係に注意が払われることはない。むしろ、電流波の減衰、変わり、帰還雷撃波の伝搬速度等の値を、回路定数や周囲媒質と直接関連させずに自由に設定できることが工学モデルの利点であるといえる。

帰還雷撃のモデルとしては、工学モデルの他に物理モデル<sup>(3)</sup>、電磁界モデル<sup>(4)</sup>および分布定数回路モデル<sup>(5)</sup>が存在する<sup>(2)</sup>。物理モデルは、帰還雷撃路（の一部）をプラズマ柱と

して表現するモデルである。これまでのところ、この種のモデルが雷電磁界パルス計算に用いられた実績はない。電磁界モデルは、帰還雷撃路を細線アンテナとして表現するモデルであり、帰還雷撃路上の電流分布はマクスウェル方程式の数値解として与えられる。最近では工学モデルと並び頻りに雷電磁界パルス計算に用いられている<sup>(6)(7)</sup>。分布定数回路モデルは、帰還雷撃路を分布定数回路で表現するモデルである。工学モデルや電磁界モデルに比べてモデル数が少なく、また雷電磁界パルス計算に利用された例も少ない。

上述したように帰還雷撃の工学モデルは、回路定数や周囲媒質と直接関連させずに電流波の減衰、変わり、帰還雷撃波の伝搬速度等の値を自由に設定できるという簡便さから、架空配電線や通信線の誘導雷サージ計算等<sup>(8)(11)</sup>の雷電磁界パルス計算に広く利用されている。約10年前に、それまでに提案された帰還雷撃モデルとそれらの特徴や性能について評価したレビュー論文<sup>(2)</sup>が出版されているが、それ以降にも帰還雷撃の工学モデルやそれを用いた雷電磁界パルス計算に関する重要な成果が多数報告されている。

本資料では、国内ではあまり知られていないと思われる

\* 同志社大学  
〒610-0321 京田辺市多々羅都谷 1-3  
Doshisha University,  
1-3 Miyakodani, Tataru, Kyotanabe, Kyoto 610-0321

帰還雷撃の工学モデルと同モデルを用いた雷電磁界パルス計算についての最近の研究動向および研究成果を整理し、紹介する。第2節では、平坦大地への帰還雷撃の工学モデルとして頻繁に用いられているTL (Transmission Line) モデル<sup>(12)</sup>とTCS (Traveling Current Source) モデル<sup>(13)</sup>について説明する。これらのモデルでは、雷電磁界パルスの測定波形の特徴のいくつかを再現することができないが、それらの全てを再現することに成功した新モデル<sup>(14)</sup>についても述べる。第3節では、最近提案された高構造物を含む帰還雷撃の2つの工学モデル<sup>(15)(16)</sup>について論じる。第4節では、工学モデルによって与えられる電流の時間空間分布を基に、そこから放射される磁界および電界を計算するための式(電流と磁界、電界の関係式)を示す。電界計算式としては、ローレンツ条件を用いて導出され古くから用いられている式<sup>(12)</sup>と電荷連続条件を用いて最近導出された式<sup>(17)</sup>を示す。また、帰還雷撃波の伝搬速度が光速で、電流波が減衰および変わらない場合の磁界、電界計算式<sup>(18)</sup>(それぞれ単一の項で表される)も示す。第5節では、高構造物を含む帰還雷撃の工学モデルを用いた計算により明らかにされた雷電磁界パルスが高構造物の存在により受ける種々の影響<sup>(19)(22)</sup>について述べる。

## 2. 平坦大地への帰還雷撃モデル

<2.1> 平坦大地への帰還雷撃モデリング 平坦大地への帰還雷撃の工学モデルの多くは次式で表すことができる。

$$I(z', t) = u(t - z'/v_f)P(z', t)I(0, t - z'/v) \quad (1)$$

ここで、 $I(z', t)$  は帰還雷撃路上における任意の高さ $z'$ 、任意の時間 $t$ での電流値、 $I(0, t)$  は帰還雷撃路根元部 ( $z'=0$ ) における任意の時間 $t$ での電流値、 $u(t)$  はヘビサイド関数、 $P(z', t)$  は電流の減衰(変わり)係数、 $v_f$  は帰還雷撃波の伝搬速度、 $v$  は帰還雷撃路上における電流波の伝搬速度である。

<2.2> TLモデル 工学モデルの中で最も頻繁に用いられているTLモデル<sup>(12)</sup>では、 $P(z', t)=1$ 、 $v_f=v$  (帰還雷撃伝搬速度と電流波伝搬速度が同じ) であり、次式で表される。

$$I_{TL}(z', t) = I(0, t - z'/v) \quad (2)$$

これは図1(a)に示すように、特性インピーダンスが一定で無損失の伝送線路(Transmission Line)上を電流波が伝搬する場合の式と等価である。このことがTLモデルと呼ばれる理由である。このモデルを用いて計算した帰還雷撃路上の電流波形を図2に示す。帰還雷撃路根元部の電流波形 $I(0, t)$ としては、後続帰還雷撃の典型的な電流波形を模擬していると考えられている波形<sup>(1)</sup>を用いた。また、 $v_f=v=130$  m/ $\mu$ sとした。なお、負極性帰還雷撃の光学観測結果により、帰還雷撃波の平均進行速度は100~150 m/ $\mu$ s程度<sup>(23)</sup>であるこ

とが示されている。

実際には完全導体であっても、逆円錐形状以外の垂直導体上を大地面から上向きに伝搬する電流波は減衰および変わることが知られている<sup>(24)</sup>。また、帰還雷撃の光学観測により、光出力のピーク値は雷撃路の上部にいくほど小さくなり、その立ち上がり時間が長くなることが示されている<sup>(25)</sup>。なお、ロケット誘雷実験における地上付近での雷電流波形と光出力波形の同時観測結果<sup>(26)</sup>により、ピーク値に至るまでは雷電流と光出力の間に比例関係があることが明らかにされている。

MTLLモデル(Modified TL model with Linear current decay)<sup>(27)</sup>は電流波の減衰を考慮したモデルであり、MTLDモデル(Modified TL model with current Distortion)<sup>(28)</sup>は減衰と変わりの両方を考慮したモデルである。MTLDモデルでは、 $P(z', t)=[1-\exp\{-(t-z'/v_f)/\tau \times (\lambda_p/z')\}](1-z'/H)$ 、 $v_f=v$ であり、次式で表される。

$$I_{MTLD}(z', t) = \left[1 - \exp\left(-\frac{t - z'/v_f}{\tau} \frac{\lambda_p}{z'}\right)\right] \left(1 - \frac{z'}{H}\right) I\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) \quad (3)$$

このモデルでは、伝搬に伴う電流波の立ち上がり時間の増加とピーク値の減少をほぼ独立に設定できる。文献(28)では、 $\tau=0.3$   $\mu$ s、 $\lambda_p=1000$  m、 $H=9000$  m、 $v_f=v=130$  m/ $\mu$ sという値が用いられている。

<2.3> TCSモデル TCSモデル<sup>(13)</sup>は、前節で述べたTLモデルに次いで頻繁に用いられている工学モデルである。このモデルでは、図1(b)に示すように、特殊な集中電流源が帰還雷撃速度 $v_f$ で上向きに進行し、その進行する電流源から下向きに光速 $c$ で伝搬する電流波が出力される。ただし、 $v_f < c$ であっても、この集中電流源からは上向きに電流波が出力されることはなく、TCSモデルが図1(b)の概念図と完全に対応しているわけではない。また、下向きに伝搬する電流波の大地面( $z'=0$ )での反射は零と仮定されている(整合条件)。このモデルでは、 $P(z', t)=1$ 、 $v=-c$ (電流波が光速で下向きに伝搬)であり、次式で表される。

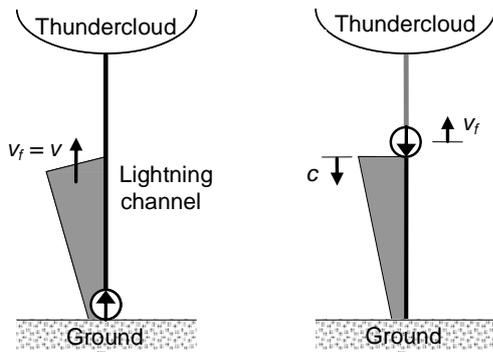
$$I_{TCS}(z', t) = u(t - z'/v_f)I(0, t + z'/c) \quad (4)$$

このモデルを用いて計算した帰還雷撃路上の電流波形を図2に示す。(4)式からも明らかなように、帰還雷撃波が高さ $z'$ に到達した瞬間( $t=z'/v_f$ )におけるその部分の電流値は $I_{TCS}(z', t=z'/v_f)=I(0, z'/v_f + z'/c) \neq 0$ となるため、波頭部は不連続となる。また、これと同じ理由で、電流波の伝搬に伴う減衰は考慮していないが、電流のピーク値は、 $z' > (v_f + c)T_r$ (ただし $T_r$ は根元部電流の立ち上がり時間)において高さとともに減少する。

TCSモデルが有する波頭部の電流不連続を修正したモデルとしてDU (Diendorfer and Uman) モデル<sup>(29)</sup>が存在する。DUモデルは、(1)式のみでは表現できず、次式で表される。

$$I_{DU}(z', t) = u(t - z'/v_f)I(0, t + z'/c) - u(t - z'/v_f)I(0, z'/v_f + z'/c) \exp[-(t - z'/v_f)/\tau_D] \quad (5)$$

上式の右辺第1項目はTCSモデルと同一であり、第2項目が修正項とみなすことができる ( $\tau_D$ は放電時定数)。第2項目の追加により、 $I_{DU}(z', t = z'/v_f) = 0$ となる。



(a) TL model (b) TCS model  
 図1 TLモデル<sup>(12)</sup>とTCSモデル<sup>(13)</sup>の概念図  
 Fig. 1. Conceptual illustrations for (a) the TL model and (b) the TCS model.

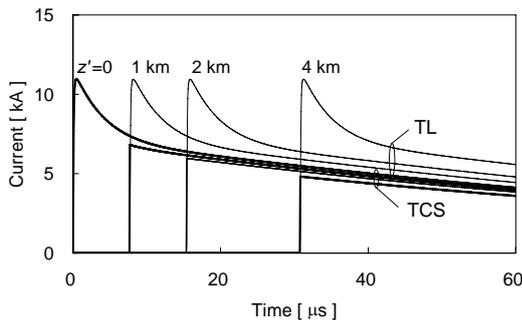


図2 TLモデル<sup>(12)</sup>およびTCSモデル<sup>(13)</sup>を用いて計算した帰還雷撃路上の電流波形  
 Fig. 2. Waveforms of current at different heights along a lightning return stroke channel calculated using TL and TCS models.

<2.4> 新モデル 帰還雷撃電流波形は雷撃路の下端以外においては直接測定することができない。このため、帰還雷撃モデルが与える電流の時間空間分布の妥当性は、実際の帰還雷撃に起因した電磁界パルスの多地点での測定波形の特徴を再現できるか否かによって検証されることが多い。これらの特徴<sup>(2)</sup>を以下に列挙する (図3 参照)。

- (a) 雷撃点から数 10 m から 100 m 程度の範囲内における垂直電界は、立ち上がり後平坦な特性を示す。
- (b) 雷撃点から 1 km 程度以上離れた地点では、垂直電界、水平磁界ともに初期に鋭いピークを示す。
- (c) 雷撃点から数 km 程度離れた地点における垂直電界は、初期ピークの後 100  $\mu$ s 程度の間、緩やかに上昇を続ける。

- (d) 雷撃点から数 km 程度離れた地点における水平磁界は、初期ピークの後コブ状のピークを示す。
- (e) 雷撃点から 50 km から 200 km 程度の範囲内における垂直電界、水平磁界は、初期ピークの後数 10  $\mu$ s に極性が反転する。

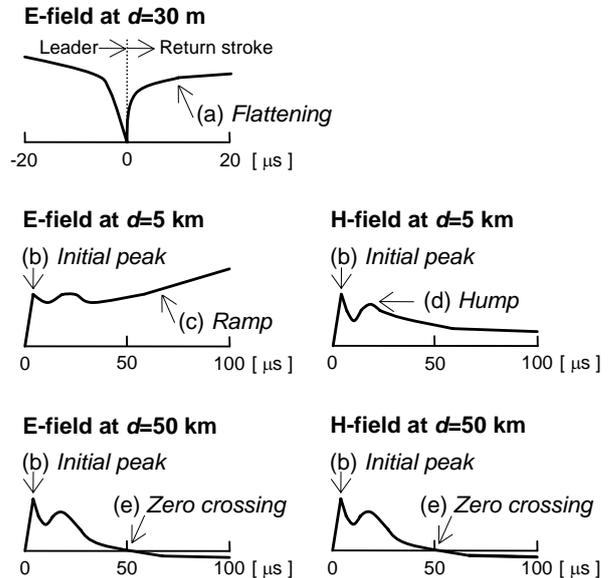


図3 帰還雷撃 (a)のみロケット誘雷実験で得られた電界測定波形の特徴)に起因した典型的な電磁界パルス波形の特徴  
 Fig. 3. Features found in typical measured vertical electric and azimuthal magnetic field waveforms associated with first and subsequent return strokes.

第2.2節で述べたTLモデルは、上記の特徴(a), (c)および(e)を再現することができない。電流波の減衰を考慮したMTLLモデルおよび減衰と変わりを考慮したMTLDモデル (パラメータ  $\tau=0.3 \mu$ s,  $\lambda_p = 1000$  m,  $H = 9000$  m,  $v_f = v = 130$  m/ $\mu$ sを使用時)は、特徴(d)を再現することができない。また、第2.3節で述べたTCSモデルおよびDUモデルは、特徴(e)を再現することができない。

上記の5つの特徴の全てを再現できる工学モデルは事実上存在しなかったが、最近になって、それらの全てを再現できる2つのモデル<sup>(14)</sup>が提案された。一方は、パラメータ  $\lambda_p$  として 1000 mではなく 50 mを用いたMTLDモデル[(3)式]である(MTLD2モデル)。 $\lambda_p$ は立ち上がり時間の増加を決めるパラメータで、これを小さくすればするほど伝搬に伴う立ち上がり時間の増加が大きくなる。 $\lambda_p = 50$  mと極端に小さい値に設定することによって、図2に示したTLモデルを用いた電流計算波形の波頭部分を削り、雷撃路下端付近での急激な減衰を実現している。他方は、帰還雷撃路上部での減衰が比較的緩やかになるDUモデル[(5)式。波尾部分は図2のTCSモデルを用いた電流計算波形とほぼ同じ]に、上部で減衰が大きくなる係数を付加したモデルである(MDUDモデル: Modified DU model with additional Decay)。

同モデルを次式に示す。

$$I_{MDUD}(z',t) = I_{DU}(z',t) \left[ 1 - \exp\left\{-\left(\lambda_d / z'\right)^n\right\} \right] \quad (6)$$

モデルパラメータの値としては、 $\lambda_d=5000$  m,  $n=2$  が用いられている。MTLD2およびMDUDモデルにより計算した帰還雷撃路上の電流波形を図4に示す。両モデルにおいて、電流波は、帰還雷撃路の下端数100 mの範囲で急激に減衰し、上部においても比較的大きな減衰を続ける。このことから、実際の帰還雷撃路上の電流分布も、図4に示された分布に近いと考えられる。

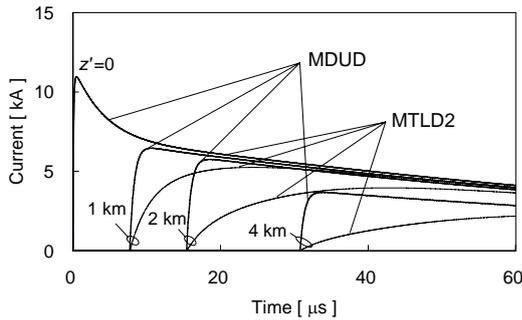


図4 MTL2モデル<sup>(14)</sup>およびMDUDモデル<sup>(14)</sup>を用いて計算した帰還雷撃路上の電流波形

Fig. 4. Waveforms of current at different heights along a lightning return-stroke channel calculated using MTL2 and MDUD models.

<2.5> 分布並列電流源を用いた等価表現 (1)式で表現される任意の電流分布は、図5に模式的に示す分布並列電流源によっても等価的に表現できることが示されている<sup>(30)(31)</sup>。

図5の任意の高さ $z'$ における並列電流源は、帰還雷撃波が $z'$ に到達した時点( $=z'/v_f$ )でターンオンし、電流波 $dl(z',t)$ を出力する。この電流波は下向きに光速 $c$ で伝搬し、また大地面に到達しても反射は生じないものと仮定されている。時刻 $t$ における帰還雷撃路上の任意の高さ $z'$ における全電流 $I(z',t)$ は、 $z'$ から $H=(t+z'/c)/(1/v_f+1/c)$ (時刻 $t$ における $z'$ から見た帰還雷撃波頭部の高さ)までの $dl$ の積分値として次式で与えられる。

$$I(z',t) = \int_{z'}^H dl \left( z, t - \frac{z-z'}{c} \right) \quad (7)$$

このことは、任意の工学モデルあるいは(1)式により与えられる電流分布を実現する(7)式の解 $[dl(z',t)]$ が数学的に必ず存在することを示している。なお、電気回路として図5を眺めると、分布並列電流源がターンオンした後は、電流波は接続点から上下に分流すると考えられるが、下向きにのみ流れると仮定されており、(7)式と図5の概念図が完全に対応しているわけではない。

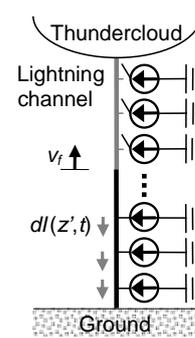


図5 平坦大地への帰還雷撃の分布並列電流源を用いた等価表現(下端での反射係数は0と仮定)

Fig. 5. Equivalent representation of a lightning return stroke attached to flat ground using distributed shunt current sources.

### 3. 高構造物への帰還雷撃モデル

<3.1> 高構造物雷撃のモデリング 雷撃を受けやすい高構造物においては、雷電流の直接測定が可能であるため、落雷位置標定システムの雷電流推定式(測定磁界-雷電流変換式)の試験や校正に用いられている<sup>(32)(33)</sup>。このような試験や校正の妥当性を検証するためには、高構造物を含んだ帰還雷撃モデルが不可欠である。

帰還雷撃路の等価インピーダンスは0.6 ~ 2.5 kΩ程度<sup>(34)</sup>、テレビ放送塔のような独立構造物の特性インピーダンスは200 Ω程度[例えば高さ553 m, 根元部半径33 mのCNタワーを双対円錐アンテナの一方の円錐導体と近似して特性インピーダンス<sup>(35)</sup>を求めると $170 \Omega \approx 60 \ln(553/33)$ ]、高構造物の接地インピーダンスは、それより一桁程度低い値と考えられる。このため高構造物を含む帰還雷撃モデルでは、平坦大地への雷撃の場合と異なり、帰還雷撃路と高構造物および高構造物と大地との接続点での電流波の反射、透過を適切に扱える必要がある。

以下では、高構造物を含む帰還雷撃の工学モデルとして代表的な分布並列電流源モデル<sup>(15)</sup>と集中直列電圧源モデル<sup>(16)</sup>を紹介する。

<3.2> 分布並列電流源モデル 図5に示した帰還雷撃の分布並列電流源モデルを応用して高構造物雷撃を図6(a)のように模擬し、高構造物内( $0 \leq z' \leq h$ )および帰還雷撃路上( $z' \geq h$ )の電流分布が導かれている。導出された式を以下に示す。

$$I(z',t) = (1 - \rho_{top}) \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \rho_{bot}^n \rho_{top}^n I_{mc} \left( h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) + \rho_{bot}^{n+1} \rho_{top}^n I_{mc} \left( h, t - \frac{h+z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \right] \quad (8a)$$

for  $0 \leq z' \leq h$  (高構造物)

$$I(z',t) = \left[ \begin{aligned} & I_{mc} \left( h, t - \frac{z'-h}{v_f} \right) - \rho_{top} I_{mc} \left( h, t - \frac{z'-h}{c} \right) \\ & + (1 - \rho_{top}) (1 + \rho_{top}) \sum_{n=1}^{\infty} \rho_{bot}^n \rho_{top}^{n-1} I_{mc} \left( h, t - \frac{z'-h}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \end{aligned} \right] (8b)$$

$$\times u \left( t - \frac{z'-h}{v_f} \right)$$

for  $z' \geq h$  (帰還雷撃路)

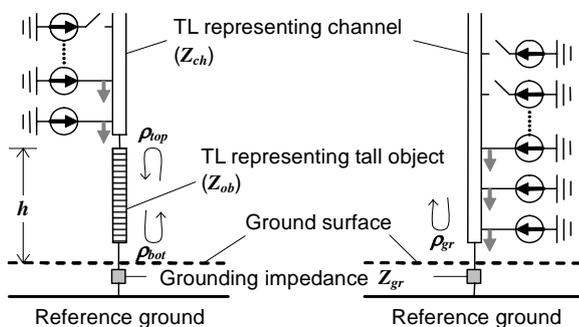
ここで、 $\rho_{bot}$ は高構造物下端での電流反射係数、 $\rho_{top}$ は高構造物を上向きに伝搬する電流波に対する高構造物上端での反射係数、 $h$ は高構造物の高さ、 $I_{mc}(h,t)$ は高構造物の上端、下端でインピーダンス整合がとられている場合 ( $\rho_{bot} = \rho_{top} = 0$ ) に高構造物頂部および帰還雷撃路下端に流れる電流である。接地インピーダンスを $Z_{gr}$ 、高構造物の特性インピーダンスを $Z_{ob}$ 、帰還雷撃路の等価インピーダンスを $Z_{ch}$ とすると、電流反射係数は、 $\rho_{bot} = (Z_{ob} - Z_{gr}) / (Z_{ob} + Z_{gr})$ 、 $\rho_{top} = (Z_{ob} - Z_{ch}) / (Z_{ob} + Z_{ch})$ で与えられる。

また、図6(b)の平坦大地への帰還雷撃の場合には、電流分布は次式で表される。

$$I(z',t) = \left[ I_{mc} \left( 0, t - \frac{z'}{v_f} \right) + \rho_{gr} I_{mc} \left( 0, t - \frac{z'}{c} \right) \right] u \left( t - \frac{z'}{v_f} \right) (9)$$

ここで、 $\rho_{gr}$ は帰還雷撃根元部(大地)での電流反射係数、 $I_{mc}(0,t)$ は帰還雷撃路の根元部でインピーダンス整合がとられている場合 ( $\rho_{gr} = 0$ ) に流れる電流である。電流反射係数は、 $\rho_{gr} = (Z_{ch} - Z_{gr}) / (Z_{ch} + Z_{gr})$ で与えられる。なお、図5に示したモデルと同様に、分布並列電流源は下向きにのみ電流波を出力すると仮定されており、(8)、(9)式と図6のモデル概念図が完全に対応しているわけではない。ただし、このモデルでは、大地面での反射は考慮している。

このモデルでは、分布並列電流源は、速度 $v_f$ で進行する帰還雷撃波の到達によりターンオンされるが、それにより垂直な伝送線路に流入する電流波は光速 $c$ で下向きに伝搬



(a) Lightning strike to a tall object (b) Lightning strike to flat ground  
図6 高構造物および平坦大地への帰還雷撃の分布並列電流源を用いた等価モデル<sup>(15)</sup>

Fig. 6. Representation of lightning return strokes attached to a tall object and to flat ground using distributed shunt current sources.

すると仮定されている。雷撃路下端(高構造物頂部または大地)で反射した電流波は光速 $c$ で上向きに伝搬し、速度 $v_f$  ( $< c$ )で上向きに進行する帰還雷撃波先端部に追いついてしまう。このモデルでは、帰還雷撃先端部に追いついた電流反射波は、その部分で消滅すると仮定されている。このため、このモデルを用いて計算した帰還雷撃路上の電流は、その下端以外において不連続な(瞬時の)立ち上がりを有する波形となる(図8破線参照)。なお、先端部での反射も考慮したモデルも存在する<sup>(36)(37)</sup>。

**<3.3> 集中直列電圧源モデル** リーダチャネルを充電された伝送線路と見なすと、地上構造物との間でアタッチメントが生じることによって流れ始める帰還雷撃電流のピーク値や波形は、地上構造物の長さやインピーダンスの影響を受けると考えられる。この充電されたリーダチャネルと、接地インピーダンスが $Z_{gr} \approx 0$ と近似できるような高導電率の平坦大地との間でアタッチメントが生じた場合に流れる帰還雷撃電流を短絡雷電流 $I_{sc}$ と定義し、それと帰還雷撃路の等価インピーダンス $Z_{ch}$ との積 $V_0 = Z_{ch} I_{sc}$ を出力する電圧源をアタッチメントが生じると考えられる点(帰還雷撃路と高構造物の接続点、帰還雷撃路と大地の接続点)に直列に挿入したモデルが提案されている。電圧源の内部インピーダンスは零であるため、その存在が高構造物内や雷撃路上の電流波の過渡現象に影響を与えることはない。このモデルの模式図を図7に示す。帰還雷撃路上の電流波の伝搬速度 $v$ と帰還雷撃波の進行速度 $v_f$ は等しいと仮定されており、帰還雷撃波先端部に反射波が追いつくこともないため、分布並列電流源に基づくモデルが有する問題は存在しない。高構造物内での電流波伝搬速度は光速 $c$ と仮定されている。このモデルを対象に導出された電流分布を次式に示す。

$$I(z',t) = \frac{1}{Z_{ch} + Z_{ob}} V_0 \left( h, t - \frac{h-z'}{c} \right) + \rho_{bot} \frac{1}{Z_{ch} + Z_{ob}} V_0 \left( h, t - \frac{h+z'}{c} \right) + \rho_{top} \rho_{bot} \frac{1}{Z_{ch} + Z_{ob}} V_0 \left( h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2h}{c} \right) + \rho_{bot} \rho_{top} \rho_{bot} \frac{1}{Z_{ch} + Z_{ob}} V_0 \left( h, t - \frac{h+z'}{c} - \frac{2h}{c} \right) \dots$$

$$= \frac{Z_{ch}}{Z_{ch} + Z_{ob}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \begin{aligned} & \rho_{bot}^n \rho_{top}^n I_{sc} \left( h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \\ & + \rho_{bot}^{n+1} \rho_{top}^n I_{sc} \left( h, t - \frac{h+z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \end{aligned} \right]$$

$$= \frac{1 - \rho_{top}}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \begin{aligned} & \rho_{bot}^n \rho_{top}^n I_{sc} \left( h, t - \frac{h-z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \\ & + \rho_{bot}^{n+1} \rho_{top}^n I_{sc} \left( h, t - \frac{h+z'}{c} - \frac{2nh}{c} \right) \end{aligned} \right] (10a)$$

for  $0 \leq z' \leq h$  (高構造物)

$$I(z',t) = \frac{1}{2} \left[ \begin{aligned} & I_{sc} \left( h, t - \frac{z'-h}{v} \right) - \rho_{top} I_{sc} \left( h, t - \frac{z'-h}{v} \right) \\ & + (1 - \rho_{top}) (1 + \rho_{top}) \sum_{n=1}^{\infty} \rho_{bot}^n \rho_{top}^{n-1} I_{sc} \left( h, t - \frac{z'-h}{v} - \frac{2nh}{c} \right) \end{aligned} \right] (10b)$$

$\times u \left( t - \frac{z'-h}{v_f} \right)$

for  $z' \geq h$  (帰還雷撃路)

また、図7 (b)の平坦大地への帰還雷撃の場合には、電流分布は次式で表される。

$$I(z',t) = \frac{1}{Z_{ch} + Z_{gr}} V_0 \left(0, t - \frac{z'}{v}\right) = \frac{Z_{ch}}{Z_{ch} + Z_{gr}} I_{sc} \left(0, t - \frac{z'}{v}\right) = \frac{1 + \rho_{gr}}{2} I_{sc} \left(0, t - \frac{z'}{v}\right) \quad (11)$$

このモデルでは、(10)式および(11)式で表される電流分布と図7 (a)および(b)の回路はほぼ完全に対応している(帰還雷撃路を模擬する伝送線路が空气中に存在するにもかかわらず、その部分での電流波伝搬速度 $v$ が光速 $c$ より低いことを除いて)。なお、このモデルで用いられている短絡雷電流 $I_{sc}$ と前述した分布並列電流源モデルで用いられているインピーダンス整合時の雷電流 $I_{mc}$ との間には、次式で表される関係が成立する。

$$I_{sc}(0,t) = 2I_{mc}(0,t), \quad I_{sc}(h,t) = 2I_{mc}(h,t) \quad (12)$$

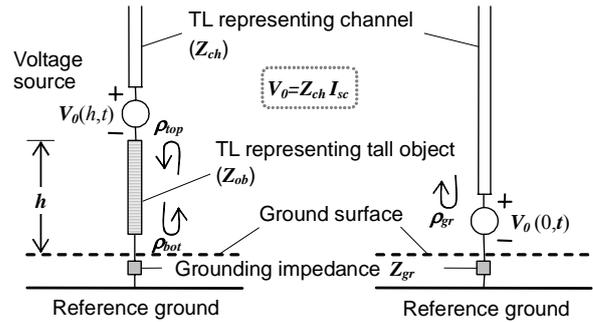
高構造物内の電流分布については、集中直列電圧源モデルと分布並列電流源モデルは完全に一致している [(10a)式と(8a)参照]。帰還雷撃路上の電流分布については、両者は異なるが、分布並列電流源モデルにおいて、帰還雷撃路を模擬する伝送線路上を伝搬する電流波の伝搬速度を $c$ ではなく $v$ と設定すると[(8b)式の第2項目および第3項目の $(z' - h)/c$ が $(z' - h)/v$ となる]、両モデルによる帰還雷撃路上の電流分布は完全に一致する[(10b)式と(8b)式参照]。

図8に、(10b)式と(8b)式を用いて計算した帰還雷撃路上の電流分布を示す。なお、この計算において、 $h=100$  m、電流 $\rho_{bot}=1$  ( $Z_{gr}=0$ )、 $\rho_{top}=-0.5$  (例えば、 $Z_{ch}=600 \Omega$ 、 $Z_{ob}=200 \Omega$ に相当)、 $v=0.5c$ と設定した。帰還雷撃路上での(反射)電流波の伝搬速度の相違( $v$ 対 $c$ )により、帰還雷撃路の下端以外において両計算波形に相違が生じている。

なお、(10a)式で表される電流を $z'=0$  (高構造物下端、大地面)において、 $t=0$ からの積分した値は、(11)式で表される電流を $z'=0$  (帰還雷撃路根元部、大地面)において、 $t=0$ からの積分した値に等しいことが示されている<sup>(20)</sup>。このことは、このモデルにおいては、高構造物の有無に関わらず、大地に運ばれる総電荷量は同じであることを示している。また、(10b)式に $h=0$ を代入し、式変形を行うと(11)式が得られることも示されている<sup>(16)</sup>。以上のことから、図7のモデル回路あるいは(10a)、(10b)および(11)式は、高構造物雷撃と平坦大地雷撃の比較をする際に有用かつ矛盾の少ないモデルであるといえる。このモデルでは、構造物頂部あるいは大地から発せられる上向きリーダは考慮されていないが、その存在を考慮したモデル<sup>(19)(38)</sup>も提案されている。

また、 $\rho_{gr}=1$  ( $Z_{gr}=0$ )、 $\rho_{top}=-0.5$  ( $Z_{ch}=600 \Omega$ 、 $Z_{ob}=200 \Omega$ )の場合、(10)式および(11)式より、高構造物雷撃時には $(1-\rho_{top})I_{sc}/2 = 0.75I_{sc}$ の電流が初期に高構造物と帰還雷撃路に流入するが、平坦大地雷撃時には $(1+\rho_{gr})I_{sc}/2 = I_{sc}$ の電流が帰

還雷撃路に流入することになり、初期の流入電流ピーク値は両ケースで異なる。このことは、分布並列電流源モデルにおいても同様である。これらは、帰還雷撃電流値は地上構造物の存在やそのインピーダンス値に依存するという考えに立脚している。一方、初期の帰還雷撃電流値は、地上構造物の存在やインピーダンスに依存しないと考える研究者もおり、その観点から内部インピーダンスが零の(少し奇妙な)集中直列電流源を含むモデル<sup>(39)</sup>も提案されている。



(a) Lightning strike to a tall object (b) Lightning strike to flat ground  
図7 高構造物および平坦大地への帰還雷撃の集中直列電圧源を用いた等価モデル<sup>(16)</sup>

Fig. 7. Representation of lightning return strokes attached to a tall object and to flat ground using a series lumped voltage source.

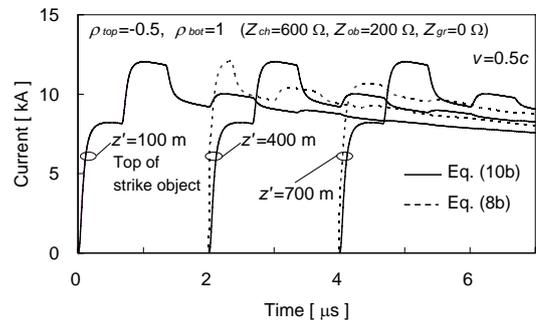


図8 (8b)式および(10b)式を用いて計算した高さ100 mの構造物に帰還雷撃が生じた場合の帰還雷撃路上の電流分布  
Fig. 8. Current waveforms at different heights along a vertical lightning channel attached to a 100 m high object calculated using (8b) and (10b).

#### 4. 雷電磁界パルスの計算式

<4.1> ローレンツ条件に基づく導出式 本節では、工学モデルによって与えられる電流の時間空間分布 $I(z',t)$ を基に、そこから放射される磁界および電界を計算するための式(電流と磁界、電界の関係式)として、ほぼ独占的に利用されている式<sup>(12)</sup>を示す。

磁束密度 $\mathbf{B}$ (または磁界 $\mathbf{H}$ )については、帰還雷撃の工学モデルによって与えられる電流分布 $I(z',t)$ からベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を求め、それを $\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A}$ の関係に代入して、磁束密度 $\mathbf{B}$ (と電流 $\mathbf{I}$ の関係)を導出している。

電界 $\mathbf{E}$ については、帰還雷撃の工学モデルによって与えら

れる電流分布 $I(z',t)$ からベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を求め、またローレンツ条件 $\text{div}\mathbf{A}+1/c^2\cdot\partial\phi/\partial t=0$ を用いてスカラーポテンシャル $\phi$ を $\mathbf{A}$ あるいは $\mathbf{I}$ で表し、これらを電界の一般式 $\mathbf{E}=-\text{grad}\phi-\partial\mathbf{A}/\partial t$ に代入して、電界 $\mathbf{E}$ （と電流 $\mathbf{I}$ の関係）を導出している。

この手法で導出された完全導体大地上における垂直な帰還雷撃路から水平距離 $d$ 離れた点の $\phi$ 方向（水平方向）磁束密度 $B_\phi$ および垂直方向電界 $E_z$ の計算式を以下に示す。

$$B_\phi(d,t) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \int_0^{L'(t)} \left[ \frac{\sin\alpha(z')}{R^2(z')} I(z',t-R(z')/c) + \frac{\sin\alpha(z')}{cR(z')} \frac{\partial I(z',t-R(z')/c)}{\partial t} \right] dz' \quad (13)$$

$$+ \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\sin\alpha(L')}{cR(L')} I(L',t-R(L')/c) \frac{dL'}{dt}$$

$$E_z(d,t) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L'(t)} \frac{2-3\sin^2\alpha(z')}{R^3(z')} \int_{t_b}^t I(z',\tau-R(z')/c) d\tau dz' + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L'(t)} \frac{2-3\sin^2\alpha(z')}{cR^2(z')} I(z',t-R(z')/c) dz' \quad (14)$$

$$- \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L'(t)} \frac{\sin^2\alpha(z')}{c^2 R(z')} \frac{\partial I(z',t-R(z')/c)}{\partial t} dz' - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\sin^2\alpha(L')}{c^2 R(L')} I(L',t-R(L')/c) \frac{\partial L'}{\partial t}$$

上式の $L'(t)$ は帰還雷撃路から水平距離 $d$ 離れた大地上の観測者から見た帰還雷撃波頭部の高さ、 $R(z')=(z'^2+d^2)^{1/2}$ 、 $\sin\alpha=z'/R$ 、 $t_b=z'/v_f$  ( $v_f$ : 帰還雷撃波の伝搬速度)である。また、 $1/R^3$ 、 $1/R^2$ 、 $1/R$ に比例する各項は、それぞれ静電界成分、誘導成分、放射成分と呼ばれている。なお、(13)、(14)式の最後の項は、帰還雷撃頭部における電流が不連続でない場合には、0となる。

**<4.2> 電荷連続条件に基づく導出式** 本節では、電荷連続条件を用いて最近導出された電界計算式（電流と電界の関係式）<sup>(17)</sup>を示す。

この手法では、まず帰還雷撃の工学モデルによって与えられる電流分布 $I(z',t)$ と電荷連続条件から帰還雷撃路上の（線）電荷密度 $\rho^*$ を求め、それを用いてスカラーポテンシャル $\phi$ を求めている。また $I(z',t)$ からベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ を求め、それらを電界の一般式 $\mathbf{E}=-\text{grad}\phi-\partial\mathbf{A}/\partial t$ に代入して、電界 $\mathbf{E}$ を導出している。

この手法で導出された完全導体大地上における垂直な帰還雷撃路から水平距離 $d$ 離れた点の垂直方向電界 $E_z$ の計算式を以下に示す。

$$E_z(d,t) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L'(t)} \frac{z'}{R^3(z')} \rho^*(z',t-R(z')/c) dz' - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L'(t)} \frac{z'}{cR^2(z')} \frac{\partial \rho^*(z',t-R(z')/c)}{\partial t} dz' - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{L'(t)} \frac{1}{c^2 R(z')} \frac{\partial I(z',t-R(z')/c)}{\partial t} dz' \quad (15)$$

$$-\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{L'(t)}{cR^2(L')} \rho^*(L',t-R(L')/c) \frac{dL'(t)}{dt} - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{c^2 R(L')} I(L',t-R(L')/c) \frac{dL'(t)}{dt}$$

ただし、 $\left. \frac{\partial \rho^*(z',t-R(z')/c)}{\partial t} = -\frac{\partial I(z',t-R(z')/c)}{\partial z'} \right|_{t-R(z')/c=const.}$

(14)式の各項との対応から、(15)式の $1/R^3$ 、 $1/R^2$ 、 $1/R$ に比例する各項は、それぞれ静電界成分、誘導成分、放射成分と見なすことができる。なお、(15)式の最後の2項は、帰還雷撃頭部における電荷、および電流が不連続でない場合には、0となる。

(15)式により計算した任意の $d$ における電界波形（各項の和）は、(14)式を用いて計算した電界波形と完全に一致するが、各項の寄与分はそれぞれ異なることが示されている。

**<4.3> 帰還雷撃波の伝搬速度が光速に等しい場合の導出式** 本節では、雷電流波が、減衰および変わいすることなく、垂直な雷撃路を上向きに伝搬する場合における完全導体大地上における $\phi$ 方向磁束密度 $B_\phi$ および垂直方向電界 $E_z$ の計算式<sup>(18)</sup>を示す。次式が導出された式である。

$$B_\phi(d,t) = \frac{I(0,t-d/c)}{2\pi\epsilon_0 c^2 d} \quad (16) \quad E_z(d,t) = \frac{I(0,t-d/c)}{2\pi\epsilon_0 c d} \quad (17)$$

(16)、(17)式より、上述の条件が成立する場合には、 $B_\phi$ および $E_z$ 波形は、帰還雷撃路根元部の電流波形 $I(0,t)$ と相似になり、振幅は根元部からの水平距離 $d$ に反比例することがわかる。これらは双対円錐アンテナ周囲に作られる磁束密度および電界の式<sup>(35)</sup>に等しい（球面状TEMモード）。また、(16)、(17)式を用いて計算した $B_\phi$ および $E_z$ 波形は、 $v_f=v=c$ と設定して、(13)、(14)式を用いて計算した $B_\phi$ および $E_z$ 波形と完全に一致することが示されている<sup>(18)</sup>。

## 5. 雷電磁界パルスに与える高構造物の影響

**<5.1> 近傍電界の低減と遠方電界・磁界の増大** 高構造物への帰還雷撃に起因した完全導体大地上の垂直電界 $E_{z,tall}$ とそれに対応する平坦大地への帰還雷撃に起因した垂直電界 $E_{z,flat}$ との比、および同様の帰還雷撃に起因した水平（ $\phi$ 方向）磁界 $H_{\phi,tall}$ と $H_{\phi,flat}$ の比の計算結果を図9に示す。同図の縦軸は $E_{z,tall}$ と $E_{z,flat}$ の比、または $H_{\phi,tall}$ と $H_{\phi,flat}$ の比である。この比が1より小さければ、高構造物への雷撃時の方が電界または磁界が小さくなることを示しており、この比が1より大きければ、高構造物雷撃時の方が電界または磁界が大きくなることを示している。図9の横軸は、帰還雷撃路からの水平距離であり30mから100kmの範囲における結果を示している。

なお、この計算では、高構造物雷撃時の電流分布として(10a)、(10b)式を、平坦大地雷撃時の電流分布として(11)式を用いた。図10(a)に高構造物雷撃時の高構造物の上端および

下端における電流計算波形を、同図 (b)に平坦大地雷撃時の雷撃路下端における電流計算波形を示す。また、電界および磁界の計算には、(14)および(13)式を用いた。帰還雷撃路から水平距離 $d = 50$  km離れた大地面上における $\varphi$ 方向磁界、 $H_{\varphi,tall}$ および $H_{\varphi,flat}$ の計算波形を図 11 に示す。構造物の高さは $h=100$  m、構造物下端の電流反射係数は $\rho_{bot}=1$  ( $Z_{gr}=0$ )、上端の反射係数は $\rho_{top}=-0.5$  (例えば、 $Z_{ch}=600 \Omega$ ,  $Z_{ob}=200 \Omega$ に相当)、帰還雷撃路上の電流伝搬速度は $v=0.5c$ と設定した。また、短絡雷電流波形 $I_{sc}(0, t)$ および $I_{sc}(h, t)$ としては、後続帰還雷撃の典型的な電流波形を模擬していると考えられている波形<sup>(1)</sup>を用いた。この電流波形の立ち上がり時間 (10-90%) は $0.15 \mu\text{s}$ であり、ピーク値は $I_{sc,peak} = 11$  kAである。図 10 (a)より、高構造物上端に初期に流入する電流のピーク値は $I_{top,ini,peak}=(1-\rho_{top})I_{sc,peak}/2=8.2$  kA、大地面からの反射波が戻ってきた後のピーク値は $I_{top,peak}=[1+(1+\rho_{top})\rho_{bot}](1-\rho_{top})I_{sc,peak}/2 \approx 12$  kAである。高構造物下端の電流ピーク値は $I_{top,peak}=(1+\rho_{bot})(1-\rho_{top})I_{sc,peak}/2=16$  kAであり、上端でのピーク値に比べてかなり大きい。一方、図 10 (b)より、平坦大地雷撃時の雷撃路下端における電流ピーク値は $I_{bas,peak}=(1+\rho_{gr})I_{sc,peak}/2=11$  kAである。

図 9 より、高さ 100 m の雷撃構造物から 200 m の範囲内の垂直電界は、高構造物の存在により低減されること、この距離を越える領域では逆に増大し、3 km 付近で 2.25 倍に達し飽和することがわかる。 $\varphi$ 方向磁界については、高構造物の存在により、全ての距離において、増大している。また、垂直電界と同様に、 $\varphi$ 方向磁界も 3 km 付近で 2.25 倍に達し飽和している。ただし、図 9 は、構造物での雷電流伝搬時間  $0.33 \mu\text{s} = h/c$  よりも短い立ち上がり時間 ( $0.15 \mu\text{s}$ ) を有する電流波形 $I_{sc}$ を用いた場合の計算例であるが、 $0.33 \mu\text{s}$  よりも長い立ち上がり時間を有する $I_{sc}$ を用いた場合には、遠方電界および磁界の増大は抑制される。例えば、立ち上がり時間  $1.4 \mu\text{s}$  の $I_{sc}$ を用いた場合には、100 m の雷撃構造物の存在による遠方電界、磁界の増大は 1.13 倍にすぎない。

なお、高構造物近傍における垂直電界の低減効果については、第 3.2 節で述べた高構造物雷撃モデルを用いて、さら

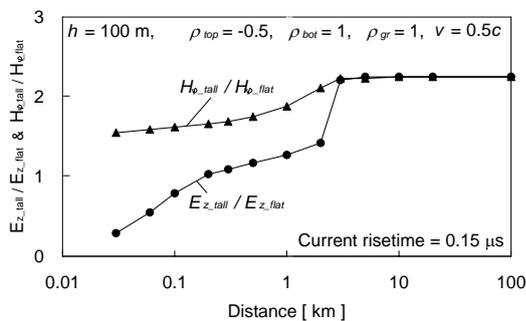
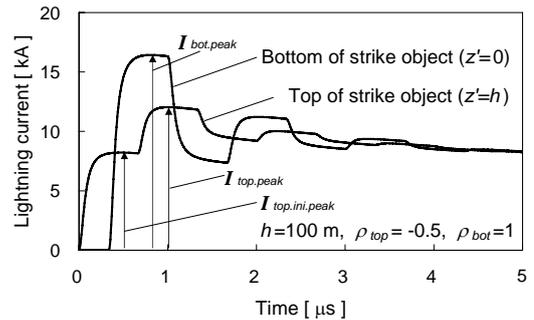
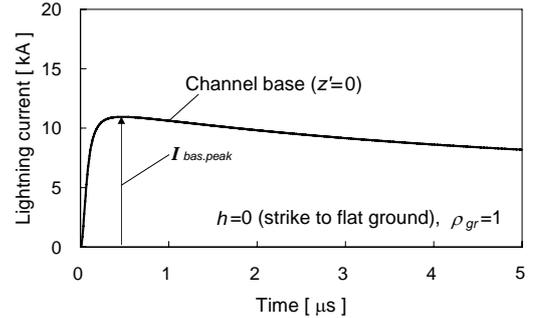


図 9 高さ 100 m の構造物への雷撃に起因した垂直電界 $E_{z,tall}$ と平坦大地雷撃に起因した垂直電界 $E_{z,flat}$ の比の帰還雷撃路からの距離依存性、および水平磁界 $H_{\varphi,tall}$ と $H_{\varphi,flat}$ の比の距離依存性<sup>(19)</sup>

Fig. 9. Ratios  $E_{z,tall}/E_{z,flat}$  and  $H_{\varphi,tall}/H_{\varphi,flat}$  as a function of horizontal distance  $d$  from the lightning channel.



(a) Currents at the top and bottom of a 100 m- high strike object



(b) Current at the channel base for the case of strike to flat ground

図 10 (10a)式を用いて計算した高さ 100 m の構造物への雷撃時の構造物上端・下端の電流計算波形、および(11)式を用いて計算した平坦大地雷撃時の雷撃路下端の電流計算波形 Fig. 10. Waveforms of current for a lightning strike to a 100 m high object at the top and bottom of the object calculated using (10a), and waveform of current at the channel base for the same lightning strike to flat ground calculated using (11).

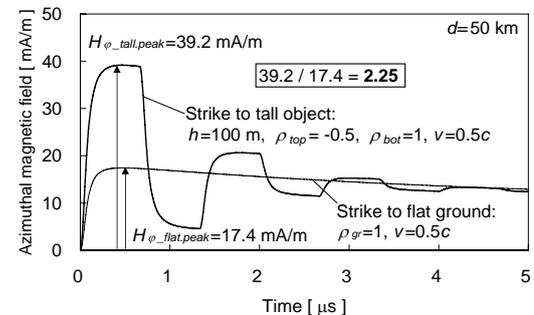


図 11  $d=50$  kmにおける高さ 100 m の構造物への雷撃に起因した $H_{\varphi,tall,peak}$ の計算波形、および平坦大地代劇に起因した $\varphi$ 方向磁界 $H_{\varphi,flat,peak}$

Fig. 11. Azimuthal magnetic field waveforms,  $H_{\varphi,tall,peak}$  and  $H_{\varphi,flat,peak}$ , calculated on perfectly conducting ground at distance  $d=50$  km for a lightning strike to a 100 m high object and for the same strike to flat ground.

に検討が行われており、高構造物下端の電流反射係数が $\rho_{bot}=0.8$ 程度より小さい場合 ( $Z_{gr} > 20 \Omega$ ) 高構造物の高さの 1/10 程度の水平距離の範囲内における大地面上の垂直電界の極性が反転する<sup>(22)</sup>に至ることが示されている。

<5.2> 遠方磁界、電界の増大係数 平坦大地への帰還雷撃に起因した遠方 (水平距離 $d$ ) での $\varphi$ 方向磁界のピーク値 $H_{\varphi,flat,peak}$ は、放射成分のみを考慮して、次式で与えられる。

$$H_{\phi\_flat,peak}(d) = \frac{1}{2\pi cd} v I_{bas,peak} \quad (18)$$

$$= \frac{1}{2\pi cd} v \frac{1+\rho_{gr}}{2} I_{sc,peak}$$

なお、 $I_{bas,peak}$ は平坦大地雷撃時における雷撃路根元部 ( $z'=0$ ) における電流のピーク値である[図 10 (b)において 11 kA]。(11)式より、 $I_{bas,peak}$ は短絡雷電流のピーク値 $I_{sc,peak}$ を用いて、 $(1+\rho_{gr})I_{sc,peak}/2$ で表される。

一方、高構造物雷撃に起因した遠方での $\phi$ 方向磁界のピーク値 $H_{\phi\_tall,peak}$ は、速度 $v$ で高構造物上端から上向きに雷撃路を伝搬する電流波による寄与と、速度 $c$ で下向きに高構造物を伝搬する電流波の寄与の和として、次式で与えられる。

$$H_{\phi\_tall,peak}(d) = \frac{1}{2\pi cd} v I_{top,ini,peak} + \frac{1}{2\pi cd} c I_{top,ini,peak}$$

$$= \frac{1}{2\pi cd} (v+c) \frac{1-\rho_{top}}{2} I_{sc,peak} \quad (19)$$

(19)式中の $I_{top,ini,peak}$ は高構造物雷撃時における雷撃路根元部または高構造物頂部 ( $z'=h$ ) における初期の(大地からの反射波が戻ってくる前の)電流のピーク値である[図 10 (a)において 8.2 kA]。(10)式より、 $I_{top,ini,peak}$ は短絡雷電流のピーク値 $I_{sc,peak}$ を用いて、 $(1-\rho_{top})I_{sc,peak}/2$ で表される。なお、 $H_{\phi\_tall,peak}$ に寄与するのは $I_{top,ini,peak}$ [図 10 (a)において 8.2 kA]であり、大地からの反射波到来以降のピーク値 $I_{top,peak}$ [図 10 (a)において 12 kA]ではない。

(19)式で与えられる $H_{\phi\_tall,peak}$ と(18)式で与えられる $H_{\phi\_flat,peak}$ の比をとると、高構造物雷撃時の遠方界増大係数 $k_{tall}^{(20)}$ が次式のように得られる。

$$k_{tall} = H_{\phi\_tall,peak}(d)/H_{\phi\_flat,peak}(d) = \frac{(v+c)(1-\rho_{top})}{v(1+\rho_{gr})} \quad (20)$$

(20)式に、 $v=0.5c$ 、 $\rho_{top}=-0.5$ (例えば、 $Z_{ch}=600 \Omega$ 、 $Z_{ob}=200 \Omega$ に相当)、 $\rho_{gr}=1$ ( $Z_{gr}=0$ )を代入すると、 $k_{tall}=2.25$ が得られ、図 9 の 3 km 以遠での磁界の比および電界の比に一致する。なお、(20)式の右辺は電界の放射成分のみを考慮した計算からも同様に導くことが可能である。

**<5.3> 遠方磁界 - 雷電流変換式** 落雷位置標定システムの雷電流推定式(測定磁界-雷電流変換式)の試験や校正を、平坦大地からのロケット誘雷での雷電流測定値と遠方磁界測定値により行う場合には、雷撃路下端付近の電流波形 $I(0,t)$ は図 10 (b)に近いものと考えられ、また $I(0,t)$ のピーク値と遠方磁界のピーク値の関係は(18)式の上段で良好に近似されると考えられる。このことから、この場合には遠方磁界ピーク値-雷撃路根元部電流ピーク値 $I_{bas,peak}$ の変換係数 $F_{flat}$ は次式で与えられる。

$$F_{flat} = \frac{I_{bas,peak}}{H_{\phi\_flat,peak}} = \frac{2\pi cd}{v} \quad (21)$$

一方、高構造物雷撃時の雷電流測定値と遠方磁界測定値により落雷位置標定システムの雷電流推定式の試験や校正を行う場合には、図 9 および(20)式で示したように遠方磁界が増大すること、図 10 (a)で明らかのように高構造物での雷電流のピーク値は測定位置(上端または下端付近)および時間(上端電流の場合、初期ピークまたは大地面からの反射波到来以降の第 2 ピーク)に依存することを考慮する必要がある[図 10 (a)において、高構造物上端電流の初期ピーク値は $I_{top,ini,peak}=8.2$  kA、第 2 ピークは $I_{top,peak}=12$  kA、下端電流のピーク値は $I_{bot,peak}=16$  kA]。

遠方磁界ピーク値-高構造物上端雷電流初期ピーク値の変換係数 $F_{tall,ini,top}$ は、(19)式より、次式で与えられる。

$$F_{tall,ini,top} = \frac{I_{top,ini,peak}}{H_{\phi\_tall,peak}} = \frac{2\pi cd}{v+c} = \frac{v}{v+c} F_{flat} \quad (22)$$

また、遠方磁界ピーク値-高構造物上端雷電流第 2 ピーク値 $I_{top,peak}$ の変換係数 $F_{tall,top}$ は、 $I_{top,peak}=[1+(1+\rho_{top})\rho_{bot}]I_{top,ini,peak}$ および(22)式より、次式で与えられる。

$$F_{tall,top} = \frac{I_{top,peak}}{H_{\phi\_tall,peak}} = \frac{[1+(1+\rho_{top})\rho_{bot}]I_{top,ini,peak}}{H_{\phi\_tall,peak}}$$

$$= [1+(1+\rho_{top})\rho_{bot}] \frac{v}{v+c} F_{flat} \quad (23)$$

さらに、遠方磁界ピーク値-高構造物下端雷電流ピーク値 $I_{bot,peak}$ の変換係数 $F_{bot,top}$ は、 $I_{bot,peak}=(1+\rho_{bot})I_{top,peak}$ および(22)式より、次式で与えられる。

$$F_{tall,bot} = \frac{I_{bot,peak}}{H_{\phi\_tall,peak}} = \frac{(1+\rho_{bot})I_{top,ini,peak}}{H_{\phi\_tall,peak}} = (1+\rho_{bot}) \frac{v}{v+c} F_{flat} \quad (24)$$

例えば、 $v=0.5c$ 、 $\rho_{bot}=1$ 、 $\rho_{top}=-0.5$ の場合、各変換係数は、 $F_{tall,ini,top}=0.33$ 、 $F_{tall,top}=0.5$ 、 $F_{tall,bot}=0.67$ となる。文献(33)では、高さ 553 m の CN タワー上端付近で実測された雷電流ピーク値[図 10 (a)の第 2 ピークに相当]は落雷位置標定システムの推定電流値の 0.38 倍程度であることを実験的に示している。(23)式の与える $F_{tall,top}=0.5$ は、実測されたこの比 0.38 と比較的良好に一致している。

## 6. 結言

本資料では、帰還雷撃の工学モデルと同モデルを用いた雷電磁界パルス計算についての最近の研究動向と研究成果を整理し、紹介した。第 2 節では、平坦大地への帰還雷撃の工学モデルとして頻りに用いられている TL および TCS モデルについて説明した。さらに、実測された雷電磁界パルス波形の特徴の全てを再現できる最新のモデルについても論じた。第 3 節では、最近提案された 2 つの高構造物雷撃モデル(分布並列電流源モデルと集中直列電圧源モデル)の相違と等価性について論じた。第 4 節では、工学モデルによって与えられる雷電流の時間空間分布を基に、そこから放射される磁界および電界を計算するための式を示し

た。電界計算式としては、ローレンツ条件を用いて導出され古くから用いられている式と電荷連続条件を用いて最近導出された式を示した。また、帰還雷撃波の伝搬速度が光速で、電流波が減衰および変わらない場合の磁界、電界計算式についても述べた。第5節では、高構造物を含む帰還雷撃の工学モデルを用いた計算により明らかにされた幾つかの新事実、例えば、高構造物の存在により近傍電界は低減される一方で遠方電界および磁界は増大すること、などについて述べた。

本資料を作成するにあたり、ご支援およびご助言を賜った同志社大学の雨谷昭弘教授、長岡直人教授、東京大学の石井勝教授、フロリダ大学の V. A. Rakov 教授に感謝致します。また、本資料に関わる研究の一部は科学技術研究費補助金若手研究 B (18760220) および日揮・実吉奨学会の補助を受けて行われたことを記し、関係各位に感謝致します。

(平成 19 年 11 月 15 日受付)

## 文 献

- (1) C. A. Nucci, G. Dienderfer, M. A. Uman, F. Rachidi, M. Ianoz, and C. Mazzetti: "Lightning return stroke current model with specified channel-base current: A review and comparison," *J. Geophys. Res.*, vol. 95, pp. 20395-20408 (1990)
- (2) V. A. Rakov, and M. A. Uman: "Review and evaluation of lightning return stroke models including some aspects of their application," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 40, no. 4, pp. 403-426 (1998)
- (3) 例えば R. D. Hill: "Channel heating in return stroke lightning," *J. Geophys. Res.*, vol. 76, pp. 637-645 (1971)
- (4) 例えば S. Kato, T. Narita, T. Yamada, and E. Zaima: "Simulation of electromagnetic field in lightning to tall tower," *Proc. 11th Int. Symp. High Voltage Engineering*, no. 467, London, UK (1999)
- (5) 例えば S. Visacro, and A. De Conti: "A distributed-circuit return-stroke model allowing time and height parameter variation to match lightning electromagnetic field waveform signatures," *Geophys. Res. Lett.*, vol. 32, L23805, doi:10.1029/2005GL024336 (2005)
- (6) Y. Baba, and V. A. Rakov: "Electromagnetic models of the lightning return stroke," *J. Geophys. Res.*, vol. 112, D04102, doi:10.1029/2006JD007222 (2007)
- (7) Y. Baba, and V. A. Rakov: "Applications of electromagnetic models of the lightning return stroke," *IEEE Trans. Power Delivery* (in press)
- (8) S. Yokoyama: "Calculation of lightning-induced voltages on overhead multiconductor systems," *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, vol. 103, no. 1, pp. 100-108 (1984)
- (9) M. Ishii, K. Michishita, Y. Hongo, and S. Oguma: "Lightning-induced voltage on an overhead wire dependent on ground conductivity," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 9, no. 1, pp. 109-118 (1994)
- (10) K. Michishita, and M. Ishii: "Analysis of observed lightning-induced voltages by taking account of horizontal E-field," *IEEJ Trans. PE*, vol. 120, no. 10, pp. 1304-1308 (2000) 道下幸志・石井勝:「実雷撃に伴って観測された誘導電圧の水平電界を考慮した解析」, 電学論 B, vol. 120, no. 10, pp. 1304-1308 (2000)
- (11) F. Rachidi: "Formulation of the field-to-transmission line coupling equations in terms of magnetic excitation field," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 35, no. 3, pp. 404-407 (1993)
- (12) M. A. Uman, D. K. McLain, and E. P. Krider: "The electromagnetic radiation from a finite antenna," *Amer. J. Phys.*, vol. 43, pp. 33-38 (1975)
- (13) F. Heidler: "Traveling current source model for LEMP calculation," *Proc. 6th Int. EMC Zurich Symp.*, no. 29F2 (1985)
- (14) S. Miyazaki, M. Ishii, and Y. Baba: "Reproduction of features of electromagnetic field waveforms associated with lightning return stroke," *IEEJ Trans. PE*, vol. 125, no. 5, pp. 544-550 (2005) 宮崎悟・石井勝・馬場吉弘:「帰還雷撃に伴う電磁界波形の特徴の再現」, 電学論 B, vol. 125, no. 5, pp. 544-550 (2005)
- (15) F. Rachidi, V. A. Rakov, C. A. Nucci, and J. L. Bermudez: "Effect of vertically extended strike object on the distribution of current along the lightning channel," *J. Geophys. Res.*, vol. 107, no. D23, 4699, doi:10.1029/2002JD002119 (2002)
- (16) Y. Baba, Y., and V. A. Rakov: "On the use of lumped sources in lightning return stroke models," *J. Geophys. Res.*, vol. 110, no. D03101, doi:10.1029/2004JD005202 (2005)
- (17) E. M. Thomson: "Exact expressions for electric and magnetic fields from a propagating lightning channel with arbitrary

- orientation," *J. Geophys. Res.*, vol. 104, pp. 22293-22300 (1999)
- (18) R. Thottappillil, J. Schoene, and M. A. Uman: "Return stroke transmission line model for stroke speed near and equal that of light," *Geophys. Res. Lett.*, vol. 28, no. 18, pp. 3593-3596 (2001)
- (19) Y. Baba, and V. A. Rakov: "Influences of the presence of a tall grounded strike object and an upward connecting leader on lightning currents and electromagnetic fields," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 49, no. 4, pp. 886-892 (2007)
- (20) Y. Baba, and V. A. Rakov: "Lightning electromagnetic environment in the presence of a tall grounded strike object," *J. Geophys. Res.*, vol. 110, no. D9, D09108, doi:10.1029/2004JD5505 (2005)
- (21) Y. Baba, and V. A. Rakov: "Lightning strikes to tall objects: currents inferred from far electromagnetic fields versus directly measured currents," *Geophys. Res. Lett.*, vol. 34, no. 19, doi:10.1029/2007GL030870 (2007)
- (22) A. Mosaddeghi, D. Pavanello, F. Rachidi, and M. Rubinstein: "On the inversion of polarity of the electric field at very close range from a tower struck by lightning," *J. Geophys. Res.*, vol. 112, no. D19, D19113, 10.1029/2006JD008350 (2007)
- (23) V. A. Rakov: "Lightning return stroke speed," *J. Lightning Res.*, vol. 1, pp. 80-89 (2007)
- (24) Y. Baba, and V. A. Rakov: "On the mechanism of attenuation of current waves propagating along a vertical perfectly conducting wire above ground: application to lightning," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 47, no. 3, pp. 521-532 (2005)
- (25) D. M. Jordan, and M. A. Uman: "Variation in light intensity with height and time from subsequent lightning return strokes," *J. Geophys. Res.*, vol. 88, no. C11, pp. 6555-6562 (1983)
- (26) D. Wang, N. Takag, T. Watanabe, V. A. Rakov, M. A. Uman, K. J. Rambo and M. V. Stapleton: "A comparison of channel-base currents and optical signals for rocket-triggered lightning strokes," *Atmospheric Res.*, vol. 76, no. 1-4, pp. 412-422, (2005)
- (27) V. A. Rakov, and A. A. Dulzon: "Calculated electromagnetic fields of lightning return strokes," (in Russian) *Tek. Elektr.*, no. 1, pp. 87-89 (1987)
- (28) Y. Baba, and M. Ishii: "Lightning return stroke model incorporating current distortion," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 44, no. 3, pp. 476-478 (2002)
- (29) G. Dienderfer, and M. A. Uman: "An improved return stroke model with specified channel-base current," *J. Geophys. Res.*, vol. 95, no. D9, pp. 13621-13644 (1990)
- (30) F. Rachidi, and C. A. Nucci: "On the Master, Lin, Uman, Standler and the modified transmission line lightning return stroke current model," *J. Geophys. Res.*, vol. 95, pp. 20389-20394 (1990)
- (31) V. Cooray: "On the concepts used in return stroke models applied in engineering practice," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 45, no. 1, pp. 101-108 (2003)
- (32) G. Dienderfer, W. Schulz, and F. Fuchs: "Comparison of correlated data from the Austrian lightning location system and measured lightning currents at the Peilissenberg tower," *Proc. 24th Int. Conf. Lightning Protection*, Birmingham, U.K. (1998)
- (33) A. Lafkovic, A. M. Hussein, W. Janischewskyj, and K. L. Cummins: "Performance analysis of the north American lightning detection network using CN Tower lightning data," *Proc. 19th Int. Lightning Detection Conf.*, Vaisala, Tucson, Arizona (2006)
- (34) B. N. Gorin, and A. V. Shkilev: "Measurements of lightning currents at the Ostankino tower," *Elektrichestvo*, no. 8, pp. 64-65 (1984) (in Russian)
- (35) C. A. Balanis: *Antenna Theory, Analysis and Design*, 2nd. Ed., New York, Wiley (1997)
- (36) F. Heidler, and C. Hopf: "Lightning current and lightning electromagnetic impulse considering reflection at the earth's surface," *Proc. 22nd Int. Conf. Lightning Protection*, Budapest, Hungary (1994)
- (37) V. Shostak, W. Janischewskyj, A. M. Hussein, J.-S. Chang, and B. Kordi: "Return stroke current modeling of lightning striking a tall tower accounting for reflections within the growing channel and for upward-connecting discharges," *Proc. Int. Conf. Atmospheric Electricity*, Gunterville, AL (1999)
- (38) S. Miyazaki, and M. Ishii: "Reproduction of time derivative of electromagnetic field associated with rocket-triggered lightning in submicrosecond range," *J. Geophys. Res.*, vol. 111, no. D22, D22203, 10.1029/2005JD006471 (2006)
- (39) R. Thottappillil, and N. Theethayi: "Realistic sources for modeling lightning attachment to towers," *Proc. Int. Conf. Grounding and Earthing 2006*, no. 2, Maceio, Brazil (2006)

## 馬場 吉弘



1971年2月生。1994年3月東京大学工学部電気工学科卒業。1999年3月同大学大学院工学系研究科電気工学専攻博士課程修了。博士(工学)。同年4月同志社大学助手, 2001年4月同専任講師, 2005年4月同助教授。2007年4月同准教授, 現在に至る。2003年4月から2004年8月フロリダ大学客員研究員。電磁界パルスに関する研究に従事。1999年電気学会論文賞。